

**Estudios matemáticos**  
**Nivel medio**  
**Prueba 1**

Lunes 12 de noviembre de 2018 (tarde)

Número de convocatoria del alumno

1 hora 30 minutos

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**Instrucciones para los alumnos**

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Para esta prueba, se necesita una copia sin anotaciones del **cuadernillo de fórmulas de estudios matemáticos NM**.
- Conteste todas las preguntas.
- Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán darse como valores exactos o con una aproximación de tres cifras significativas.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es **[90 puntos]**.



Se otorgará la máxima puntuación a las respuestas correctas. Aun cuando una respuesta sea incorrecta, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto. Para los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el procedimiento seguido hasta su obtención. Por ejemplo, cuando deba utilizar un gráfico de una calculadora de pantalla gráfica para hallar soluciones, deberá dibujar aproximadamente esas gráficas en su respuesta.

1. El volumen,  $V$ , de una semiesfera viene dado por la fórmula

$$V = \sqrt{\frac{4S^3}{243\pi}},$$

donde  $S$  es el área total de la superficie.

El área total de la superficie de una semiesfera dada es igual a  $350 \text{ cm}^2$ .

- (a) Calcule el volumen en  $\text{cm}^3$  de esta semiesfera.  
Dé la respuesta redondeando a **un lugar decimal**. [3]
- (b) Escriba la respuesta dada en el apartado (a) redondeando al número entero más próximo. [1]
- (c) Escriba la respuesta dada en el **apartado (b)** en la forma  $a \times 10^k$ ,  
donde  $1 \leq a < 10$  y  $k \in \mathbb{Z}$ . [2]

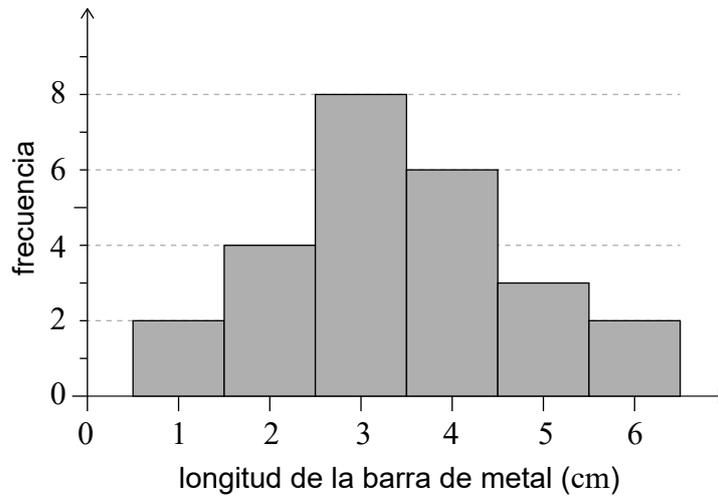
**Operaciones:**

**Respuesta:**

- (a) .....
- (b) .....
- (c) .....



2. El siguiente histograma muestra las longitudes de 25 barras de metal, cada una de las cuales se ha medido redondeando al número de cm más próximo.



- (a) Escriba la moda de las longitudes de las barras. [1]
- (b) Halle la mediana de las longitudes de las barras. [3]
- El tercer cuartil es 4 cm.
- (c) Calcule
- (i) el primer cuartil;
  - (ii) el rango intercuartil. [2]

**Operaciones:**

**Respuesta:**

- (a) .....
- (b) .....
- (c) (i) .....
- (ii) .....



3. Harry viajó desde EE. UU. a México y cambió 700 dólares (USD) a pesos (MXN).

El tipo de cambio aplicado fue  $1 \text{ USD} = 18,86 \text{ MXN}$ .

(a) Calcule cuántos MXN recibió Harry. [2]

A la vuelta, Harry tenía aún 2400 MXN y los quiso volver a cambiar a USD. Había que pagar una comisión del 3,5% por el cambio de divisas.

(b) Calcule en MXN, el valor de la comisión que pagó Harry. [2]

El tipo de cambio que se aplicó a este cambio de divisas fue  $1 \text{ USD} = 17,24 \text{ MXN}$ .

(c) Calcule cuántos USD recibió Harry. Dé la respuesta redondeando al número de céntimos más próximo. [2]

**Operaciones:**

**Respuesta:**

(a) .....

(b) .....

(c) .....



4. Abhinav lleva a cabo una prueba de  $\chi^2$  a un nivel de significación del 1 % para determinar si el sexo de las personas influye en el campo profesional que escogen: ingeniería, medicina o derecho. Hizo una encuesta en la que participaron 220 personas. Los resultados se muestran en la siguiente tabla.

	Ingeniería	Medicina	Derecho
Hombres	55	30	25
Mujeres	35	45	30

- (a) Indique la hipótesis nula,  $H_0$ , para esta prueba. [1]
- (b) Calcule el número esperado de ingenieros hombres. [2]
- (c) Halle el valor del parámetro  $p$  para esta prueba. [2]

Abhinav rechaza  $H_0$ .

- (d) Indique una razón que explique por qué Abhinav se está equivocando al hacer eso. [1]

**Operaciones:**

**Respuesta:**

- (a) .....
- .....
- .....
- (b) .....
- (c) .....
- (d) .....
- .....



5. La siguiente tabla muestra los cinco primeros términos de tres progresiones:  $u_n$ ,  $v_n$  y  $w_n$ .

	$n$				
	1	2	3	4	5
$u_n$	10	20	40	80	160
$v_n$	10	20	30	60	100
$w_n$	10	20	30	40	50

- (a) Indique cuál de estas progresiones es
  - (i) aritmética;
  - (ii) geométrica. [2]
- (b) Halle el valor exacto del 11.º término de la progresión geométrica. [2]
- (c) Halle la suma de los 20 primeros términos de la progresión aritmética. [2]

**Operaciones:**

**Respuesta:**

- (a) (i) .....
- (ii) .....
- (b) .....
- (c) .....



6. (a) Complete la siguiente tabla de verdad. [4]

$p$	$q$	$p \vee q$	$\neg q$	$p \wedge \neg q$	$\neg(p \vee q)$	$(p \wedge \neg q) \Rightarrow \neg(p \vee q)$
V	V	V				
V	F	V				
F	V	V				
F	F	F				

(b) Indique si el enunciado  $(p \wedge \neg q) \Rightarrow \neg(p \vee q)$  es una contradicción lógica, una tautología o ninguna de las dos cosas. Dé una razón que justifique su respuesta. [2]

**Operaciones:**

**Respuesta:**

(b) .....  
.....  
.....  
.....



7. Nick tiene 150 000 \$ en un fideicomiso. Todos los años, dona el 8% del dinero que queda en el fideicomiso.

- (a) Determine el máximo número de años que Nick puede donar dinero, manteniendo por lo menos 50 000 \$ en el fideicomiso. [3]

Louise invierte 200 000 \$ en una cuenta bancaria que paga un tipo de interés nominal del 5%, **compuesto trimestralmente**, durante ocho años.

- (b) Calcule el valor de la inversión de Louise cuando finalice este periodo. Dé la respuesta redondeando al número de céntimos más próximo. [3]

**Operaciones:**

**Respuesta:**

(a) .....

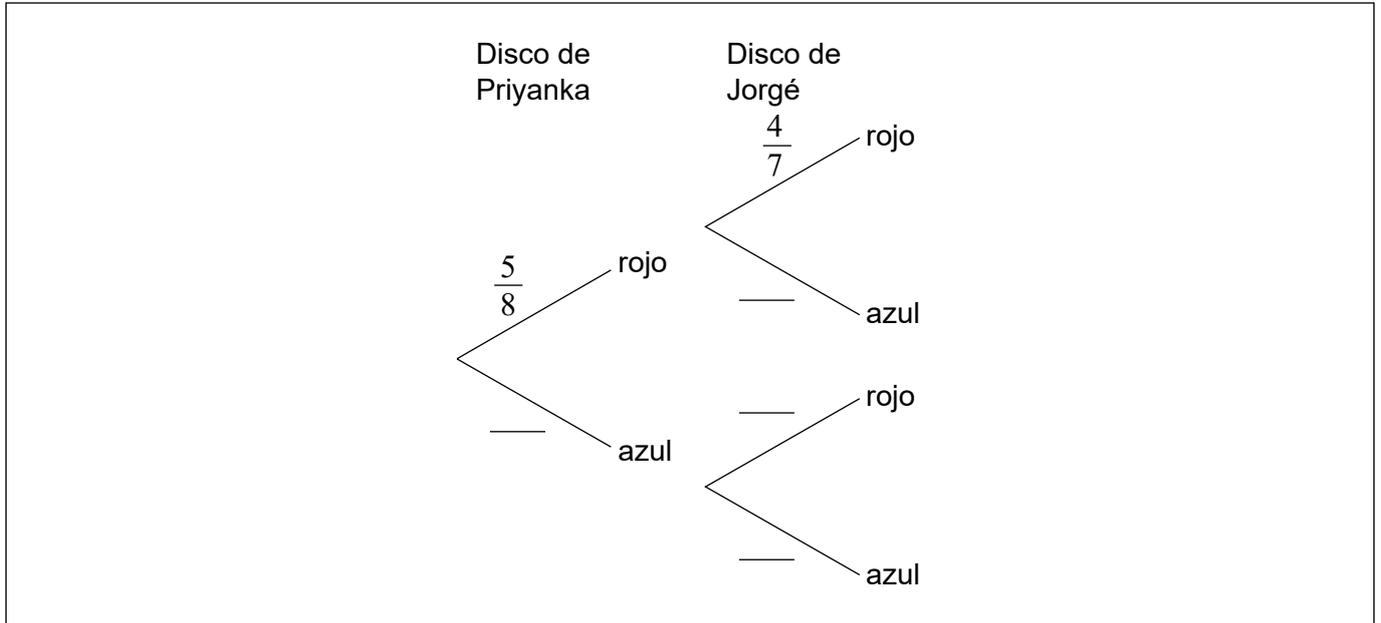
(b) .....



8. Una bolsa contiene 5 discos rojos y 3 azules. Todos ellos son idénticos excepto por el color. En primer lugar, Priyanka coge al azar un disco de la bolsa y, a continuación, Jorgé coge al azar un disco de la bolsa.

(a) Complete el diagrama de árbol.

[3]



(b) Halle la probabilidad de que Jorgé saque un disco rojo.

[3]

**Operaciones:**

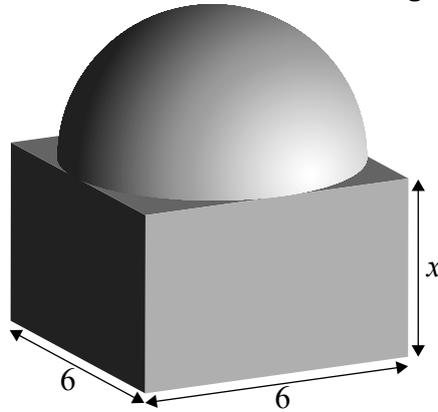
**Respuesta:**

(b) .....



9. Un pisapapeles de cristal sólido consta de una semiesfera de 6 cm de diámetro situada encima de un ortoedro de base cuadrada de 6 cm de longitud, tal y como se muestra en la figura.

la figura no está dibujada a escala



La altura del ortoedro,  $x$  cm, es igual a la altura de la semiesfera.

- (a) (i) Escriba el valor de  $x$ .  
(ii) Calcule el volumen del pisapapeles. [4]

$1 \text{ cm}^3$  de cristal tiene una masa de 2,56 gramos.

- (b) Calcule la masa, en gramos, del pisapapeles. [2]

**Operaciones:**

**Respuesta:**

- (a) (i) .....  
(ii) .....  
(b) .....



10. Considere las siguientes proposiciones.

$p$  : puede salir mal  
 $q$  : sale mal

(a) Escriba en forma simbólica:

Si no sale mal, entonces no puede salir mal. [2]

(b) Escriba con palabras el argumento  $p \Rightarrow q$ . [2]

(c) Escriba con palabras la proposición contraria de  $p \Rightarrow q$ . [2]

**Operaciones:**

**Respuesta:**

(a) .....

(b) .....

.....

.....

(c) .....

.....

.....



11. Considere la curva  $y = 5x^3 - 3x$ .

(a) Halle  $\frac{dy}{dx}$ . [2]

La curva tiene una tangente en el punto  $P(-1, -2)$ .

(b) Halle la pendiente de esta recta tangente en el punto P. [2]

(c) Halle la ecuación de esta tangente. Dé la respuesta en la forma  $y = mx + c$ . [2]

**Operaciones:**

**Respuesta:**

(a) .....

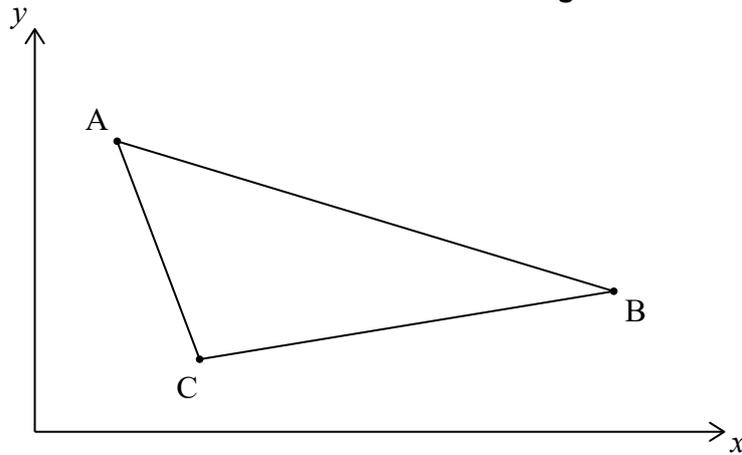
(b) .....

(c) .....



12. La figura muestra un triángulo que está definido por los puntos  $A(3, 9)$ ,  $B(15, 6)$  y  $C(5, 3)$ .

la figura no está dibujada a escala



(a) Calcule la pendiente de la recta AC. [2]

(b) Determine, dando una razón, si el ángulo  $\hat{A}CB$  es un ángulo recto. [2]

La recta  $L$  es paralela a  $BC$  y pasa por  $A$ .

(c) Halle la ecuación de  $L$ .  
Dé la respuesta en la forma  $ax + by + d = 0$ , donde  $a$ ,  $b$  y  $d$  son números enteros. [2]

**Operaciones:**

**Respuesta:**

(a) .....

(b) .....

.....

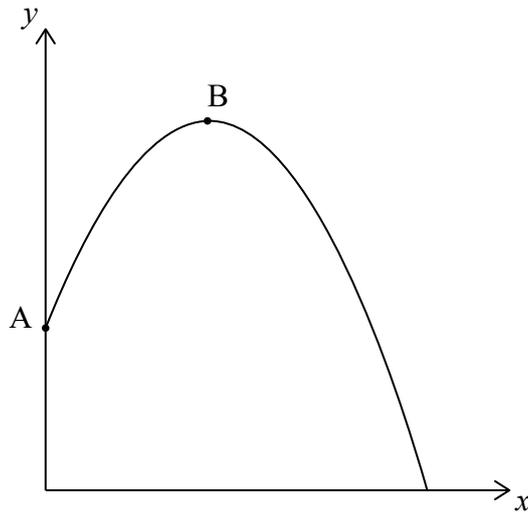
(c) .....



13. Bella lanza una pelota desde lo alto de un muro y la pelota cae al suelo, que es horizontal y plano.

La trayectoria que sigue la pelota está modelizada por la curva cuadrática  $y = 3 + 4x - x^2$ , donde  $x$  representa la distancia horizontal de la pelota e  $y$  representa la altura de la pelota respecto al suelo. Todas las distancias se miden en metros.

La posición del muro coincide con el eje  $y$ . La curva corta el eje  $y$  en el punto A y tiene el vértice en el punto B.



- (a) Escriba la altura en metros desde la cual se lanzó la pelota. [1]
- (b) Calcule la altura máxima, respecto al suelo, que alcanza la pelota. [3]
- (c) Halle la distancia horizontal desde la base del muro hasta el punto en el que la pelota toca el suelo. [2]

**(Esta pregunta continúa en la página siguiente)**



**(Pregunta 13: continuación)**

**Operaciones:**

**Respuesta:**

- (a) .....
- (b) .....
- (c) .....



20EP15

**Véase al dorso**

**No** escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.



14. En un examen de acceso a la universidad, las notas que sacaron un grupo de estudiantes siguen una distribución normal de media 300 y desviación típica 100.

En este examen, el 10% de los estudiantes sacaron una nota mayor que  $k$ .

(a) Halle el valor de  $k$ . [2]

La Universidad Marron admite únicamente a aquellos estudiantes que, en este examen, sacan una nota de al menos 450.

(b) Halle la probabilidad de que un estudiante elegido al azar sea admitido en la Universidad Marron. [2]

(c) Sabiendo que Naomi estudia en la Universidad Marron, halle la probabilidad de que en este examen haya sacado una nota de al menos 500. [2]

**Operaciones:**

**Respuesta:**

- (a) .....
- (b) .....
- (c) .....

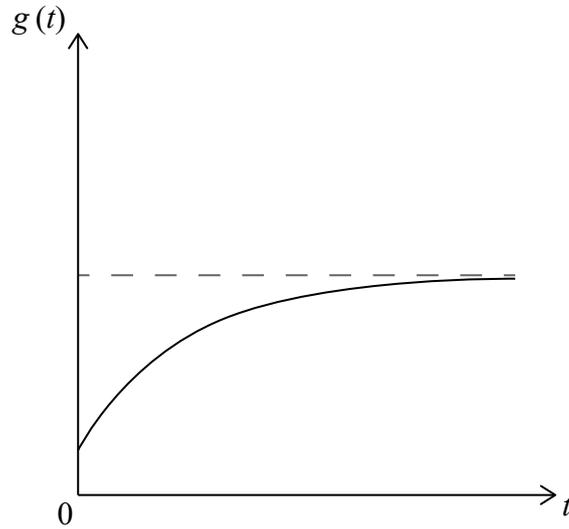


15. La cantidad de levadura,  $g$  gramos, en una disolución de azúcar se puede modelizar por la función

$$g(t) = 10 - k(c^{-t}) \text{ para } t \geq 0,$$

donde  $t$  es el tiempo en minutos.

A continuación se muestra el gráfico de  $g(t)$ .



En esta disolución, la cantidad inicial de levadura es igual a 2 gramos.

- (a) Halle el valor de  $k$ . [2]

La cantidad de levadura que hay en esta disolución al cabo de 3 minutos es igual a 9 gramos.

- (b) Halle el valor de  $c$ . [3]

- (c) Escriba la cantidad máxima de levadura en esta disolución. [1]

**(Esta pregunta continúa en la página siguiente)**



**(Pregunta 15: continuación)**

**Operaciones:**

**Respuesta:**

- (a) .....
- (b) .....
- (c) .....



**No** escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.



20EP20